

Câu	Phần	Nội dung	Điểm																																																																										
1		<p>- Rời rạc hóa kết cấu:</p> <p>Sơ đồ nút, phần tử và các bậc tự do</p> <p>Ma trận chỉ số [b] :</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Phần tử</th> <th colspan="2">Bậc tự do</th> <th colspan="2">Nút i</th> <th colspan="2">Nút j</th> </tr> <tr> <th>1</th> <th>2</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>1</th> <th>2</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>(1)</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>(2)</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>(3)</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table> <p>Các đại lượng của các phần tử :</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>PT</th> <th>Nút i</th> <th>Nút j</th> <th>α</th> <th>c</th> <th>s</th> <th>c^2</th> <th>s^2</th> <th>cs</th> <th>EA/L</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>-45°</td> <td>$\sqrt{2}/2$</td> <td>$-\sqrt{2}/2$</td> <td>1/2</td> <td>1/2</td> <td>-1/2</td> <td>$\frac{EA}{L}$</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>3</td> <td>2</td> <td>90°</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>$\frac{2EA}{L}$</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>4</td> <td>3</td> <td>45°</td> <td>$\sqrt{2}/2$</td> <td>$\sqrt{2}/2$</td> <td>1/2</td> <td>1/2</td> <td>1/2</td> <td>$\frac{EA}{L}$</td> </tr> </tbody> </table>	Phần tử	Bậc tự do		Nút i		Nút j		1	2	1	2	1	2	(1)	0	0	0	0	0	1	(2)	0	1	0	1	0	0	(3)	0	2	0	2	0	1	PT	Nút i	Nút j	α	c	s	c^2	s^2	cs	EA/L	1	1	3	-45°	$\sqrt{2}/2$	$-\sqrt{2}/2$	1/2	1/2	-1/2	$\frac{EA}{L}$	2	3	2	90°	0	1	0	1	0	$\frac{2EA}{L}$	3	4	3	45°	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$	1/2	1/2	1/2	$\frac{EA}{L}$	0,5
Phần tử	Bậc tự do			Nút i		Nút j																																																																							
	1	2	1	2	1	2																																																																							
(1)	0	0	0	0	0	1																																																																							
(2)	0	1	0	1	0	0																																																																							
(3)	0	2	0	2	0	1																																																																							
PT	Nút i	Nút j	α	c	s	c^2	s^2	cs	EA/L																																																																				
1	1	3	-45°	$\sqrt{2}/2$	$-\sqrt{2}/2$	1/2	1/2	-1/2	$\frac{EA}{L}$																																																																				
2	3	2	90°	0	1	0	1	0	$\frac{2EA}{L}$																																																																				
3	4	3	45°	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$	1/2	1/2	1/2	$\frac{EA}{L}$																																																																				
									0,5																																																																				

- Thiết lập ma trận độ cứng phần tử $[K']_e$ và ghép nối ma trận độ cứng tổng thể:

Phần tử 1:

$$[K']_1 = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ - & - & - & - \\ - & - & - & - \\ - & - & - & - \\ - & - & - & 1/2 \end{bmatrix} \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{matrix} \quad 0,25$$

Phần tử 2:

$$[K']_2 = \frac{2EA}{L} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ - & - & - & - \\ - & 1 & - & - \\ - & - & - & - \\ - & - & - & - \end{bmatrix} \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \quad 0,25$$

Phần tử 3:

$$[K']_3 = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 1 \\ - & - & - & - \\ - & 1/2 & - & -1/2 \\ - & - & - & - \\ - & -1/2 & - & 1/2 \end{bmatrix} \begin{matrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{matrix} \quad 0,25$$

Ma trận độ cứng tổng thể:

$$[K^*] = \frac{EA}{2L} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 6 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \quad 0,5$$

- Thiết lập vector tải phần tử và ghép nối vector tải tổng thể

$$\{P^*\} = P \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \quad 0,5$$

- Thiết lập hệ phương trình hệ thống $[K^*]\{q^*\} = \{P^*\}$

$$\Rightarrow \frac{EA}{2L} \begin{bmatrix} 6 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix} = P \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \quad 0,25$$

- Giải hệ phương trình hệ thống $[K^*]\{q^*\} = \{P^*\}$

$$\Rightarrow \{q^*\} = \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix} = -\frac{PL}{5EA} \begin{Bmatrix} 2 \\ 12 \end{Bmatrix} \quad 0,25$$

- **Xác định nội lực trong các phần tử**

Phần tử 1:

$$N_1 = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} -\sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 \end{bmatrix} \frac{PL}{5EA} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{Bmatrix} = \frac{P\sqrt{2}}{5} \quad 0,25$$

Phần tử 2:

$$N_2 = \frac{2EA}{L} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \frac{PL}{5EA} \begin{Bmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \frac{4P}{5} \quad 0,25$$

Phần tử 3:

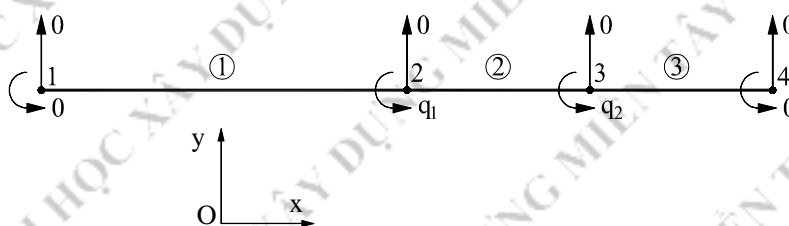
$$N_3 = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} -\sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \end{bmatrix} \frac{PL}{5EA} \begin{Bmatrix} 0 \\ -12 \\ 0 \\ -2 \end{Bmatrix} = P\sqrt{2} \quad 0,25$$

Tổng cộng

4,0đ

2

- **Rời rạc hóa kết cấu: (chọn hệ trục xOy như hình vẽ):**



Sơ đồ nút, phần tử và các bậc tự do

Ma trận chỉ số [b] :

Phần tử \ Bậc tự do	Nút i		Nút j	
	1	2	3	4
(1)	0	0	0	1
(2)	0	1	0	2
(3)	0	2	0	0

0,25

- **Thiết lập ma trận độ cứng phần tử $[K]_e$ và ghép nối ma trận độ cứng tổng thể:**

Phần tử 1:

$$[K]_1 = \frac{2EI}{(2L)^3} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ - & - & - & - \\ - & - & - & - \\ - & - & - & 4(2L)^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad 0,5$$

		$\text{Phần tử 2: } [K]_2 = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 2 \\ - & - & - & - \\ - & 4L^2 & - & 2L^2 \\ - & - & - & - \\ - & 2L^2 & - & 4L^2 \end{bmatrix} \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \end{matrix}$	0,5
		$\text{Phần tử 3: } [K]_3 = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ - & - & - & - \\ - & 4L^2 & - & - \\ - & - & - & - \\ - & - & - & - \end{bmatrix} \begin{matrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}$	0,5
		<p>Ma trận độ cứng tổng thể đã xét điều kiện biên:</p> $[\overline{K}^*] = \frac{EI}{L} \begin{bmatrix} 8 & 2 \\ 2 & 8 \end{bmatrix}$	0,25
		<p>- Thiết lập vector tải phần tử và ghép nối vector tải tổng thể:</p> $\{P\}_1^q = \begin{Bmatrix} - \\ - \\ - \\ 2qL^2/3 \end{Bmatrix} \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{matrix}; \{P\}_3^p = \begin{Bmatrix} - \\ -qL^2/4 \\ - \\ - \end{Bmatrix} \begin{matrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}; \{P^*\}_n = \begin{Bmatrix} 0 \\ -2qL^2 \end{Bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix}$ $\Rightarrow \{P^*\} = qL^2 \begin{Bmatrix} 2/3 \\ -9/4 \end{Bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix}$	1,5
		<p>- Thiết lập hệ phương trình hệ thống đã xét điều kiện biên và giải phương trình:</p> $[\overline{K}^*] \{q^*\} = \{P^*\}$ $\Rightarrow \frac{EI}{L} \begin{bmatrix} 8 & 2 \\ 2 & 8 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix} = qL^2 \begin{Bmatrix} 2/3 \\ -9/4 \end{Bmatrix}$ $\Rightarrow \{q^*\} = \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix} = \frac{qL^3}{360EI} \begin{Bmatrix} 59 \\ -116 \end{Bmatrix}$	0,25
		<p>- Xác định nội lực trong các phần tử:</p> <p>Phần tử 1:</p> $\{M\}_1 = \frac{2EI}{(2L)^3} \begin{bmatrix} - & - & - & -2(2L)^2 \\ - & - & - & 4(2L)^2 \end{bmatrix} \frac{qL^3}{360EI} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 59 \end{Bmatrix} = \frac{qL^2}{360} \begin{Bmatrix} -118 \\ 236 \end{Bmatrix}$	0,25

		<p>Phần tử 2:</p> $\{M\}_2 = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} - & -4L^2 & - & -2L^2 \\ - & 2L^2 & - & 4L^2 \end{bmatrix} \frac{qL^3}{360EI} \begin{Bmatrix} 0 \\ 59 \\ 0 \\ -116 \end{Bmatrix} = \frac{qL^2}{360} \begin{Bmatrix} -4 \\ -346 \end{Bmatrix}$	0,25
		<p>Phần tử 3:</p> $\{M\}_3 = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} - & -4L^2 & - & - \\ - & 2L^2 & - & - \end{bmatrix} \frac{qL^3}{360EI} \begin{Bmatrix} 0 \\ -116 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \frac{qL^2}{360} \begin{Bmatrix} 464 \\ -232 \end{Bmatrix}$	0,25
		<p>Vẽ biểu đồ mômen uốn:</p>	0,5 0,5 0,5
Tổng cộng			6,0đ